

學術論著

固定利率與指數型不動產逆向抵押貸款之比較分析

A Comparison between Fixed-Rate and Adjustable-Rate Reverse Mortgages

李秉芳* 楊屯山** 林哲群***

Ping-Fang Li*, Jerry T. Yang**, Che-Chun Lin***

摘要

不動產逆向抵押貸款(RM)允許年長者擁有之房屋權益轉換成現金，以支付日常生活所需，為近來以房養老諸多方案之一。本文使用2008台灣生命表之國民的平均餘命數據資料，根據性別、年齡、及模擬的房價與利率，估計最大可能的貸款成數，進而推估固定利率及指數型RM的年金水準。再者，設定不同的房貸保費結構，結合其情境模擬，從借款者角度比較兩者之月收入與總貸款成本，以判斷兩種RM對於台灣不同群組的年長者的適當性。研究結果顯示，借款者年紀越長，每月可得到的付款額也越多；且年齡低於90歲的女性，得到之每月付款額較男性為少。再者，除了95歲女性借款者外，同性別年齡之借款人，其指數型RM的每月付款額及總貸款成本，均較固定利率RM為高；而兩種RM的總貸款成本，隨著貸款之經過月數增加而下降。

關鍵詞：不動產逆向抵押貸款、固定利率不動產逆向抵押貸款、指數型不動產逆向抵押貸款、總貸款成本率

ABSTRACT

We examine the fitness of fixed-or adjustable-rate reverse mortgages(RM) programs for various gender-age groups of retirees in Taiwan. RM programs allowsenioror retirees to exchange their house equity for a stream of level cash flows to cover their living expenses. We use the Taiwan 2008 Life Expectancy Database and simulate house prices and interest rates to estimate the annuitiesand the maximum loan to value for different gender-age groups if either RM program is adopted. While accounting for the mortgage insurance premium structure, we evaluate each RM program based upon the monthly payments the senior receive and the total annual loan costs (TALC) they pay. The results show that the elders receive more monthly payments, and female over 90 years old receive more monthly payment than the male counterparts while the reverse is true if the female are below 90. The TALC (or monthly payments) of the adjustable-rate RM is lower (are higher) than the fixed-rate RM given the same gender-age group except for the female-95 group.

Key words: reverse mortgage, fixed-rate reverse mortgage, adjustable-rate reverse mortgage, total annual loan costs

(本文於2010年10月11日收稿，2011年7月21日審查通過，實際出版日期2011年12月)

* 永豐銀行金融市場處金融商品部專員

Financial market division senior clerk, Bank SinoPac, Taipei, Taiwan. E-mail: g9771503@oz.nthu.edu.tw

** 國立聯合大學財務金融學系助理教授

Assistant Professor, Department of Finance, National United University, Miaoli, Taiwan. E-mail: jtyang@nuu.edu.tw

*** 國立清華大學計量財務金融學系副教授，聯絡作者

Associate Professor, Department of Quantitative Finance, National TsingHua University, Hsinchu, Taiwan.

E-mail: chclin@mx.nthu.edu.tw

本研究感謝國科會研究計畫經費補助(計畫編號：NSC100-2410-H-007-054)。本文內容純係作者之觀點，若有任何錯誤，當屬作者之責。

一、緒論

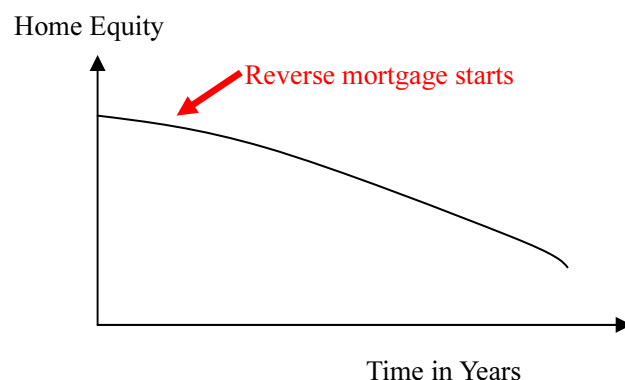
(一)研究背景與動機

台灣已經逐步走向高齡化社會，政府對於老年人的照顧問題應特別重視。過去傳統社會養兒防老的觀念已經不符合時代所需，因此，以「房」養老可使得老年人可以在人生最後的旅途上走得更有尊嚴，且免於晚年流落街頭的困境。加上「在宅老化」的概念，希望老年人可以在熟悉的地方安養晚年。林左裕與楊博翔(2011)顯示，台灣對不動產逆向抵押貸款的潛在需求量約為二十萬戶至三十萬戶之間，可見推動此貸款的市場極為重要。再者，以房養老方案使年輕一代更有動機去購買適合自身居住的房屋，達到住者適其屋的效果。並可使參與方案的相關產業(例如銀行、保險公司、物業或資產管理公司、估價師等)更蓬勃發展及減少空屋率。而台灣與國外發展背景的差異主要有住宅自有率較高、土地佔房地產價值的比例較高、子女繼承的傳統、高齡化社會、醫療資源較多等方面。根據張金鶚(2009)提出如表一所示以下三種以房養老選擇方案，為台灣可考慮施行項目。而本研究欲以逆向抵押貸款方案做探討，比較在台灣施行固定利率與指數型逆向抵押貸款之間的差異，以期能提供政府、業界幫助。

表一 逆向抵押貸款、售後租回年金屋、社會照顧服務三方案比較

方案內容	逆向抵押貸款方案(RM)	售後租回年金屋方案(SL)	社會照顧服務方案(SC)
主辦單位	銀行	保險公司(壽險)	社會福利機構(NGO)
交易方式	老年人與銀行訂定貸款契約	老年人出售並向保險公司租回房屋	老年人贈與房屋給社會給社會福利團體
房屋產權	老年人	保險公司	社會福利團體
風險	銀行：利率風險 政府或保險公司：年齡與房價風險	全由保險公司承擔	由社福團體(保險公司或銀行可協助)及政府共同承擔
特殊情況	如由於提出之老年人屬於較弱勢族群，政府可介入協助銀行承擔相關風險，讓弱勢族群老年人也可以參予此方案得到生活費輔助	可同時提供壽險方案，降低道德風險之疑慮	由於本方案較屬於社會福利方案，在政府有輔助情況之下可能主要以協助弱勢族群(如身心障礙者等)為主要服務族群

根據Foote (2007) 指出，逆向房屋抵押貸款是指需要資金的年長者將持有房屋抵押給銀行後，銀行將支付一筆金額、按月支付款項或建立隨時可動用的信用額度給借方，直到年長者死亡或遷移原房屋時，銀行借款才需被清償。逆向抵押貸款提供一個良好的管道，如圖一(註1)所示，可以讓那些擁有房子但卻苦無現金收入的年長者不用將房子賣出就能把房子的權益轉換成現金來使用，支付一些日常生活開銷等等。在逆向抵押貸款推出之前，年長者若急需獲取現金只能靠著借一般的抵押貸款或賣掉房子，但選擇一般的抵押貸款將可能面臨付不出款項違約時，抵押房屋被清算的風險，年長者終淪為無家可歸；若選擇賣掉房屋，將無法滿足年長者想要在熟悉的環境安養晚年的心願。



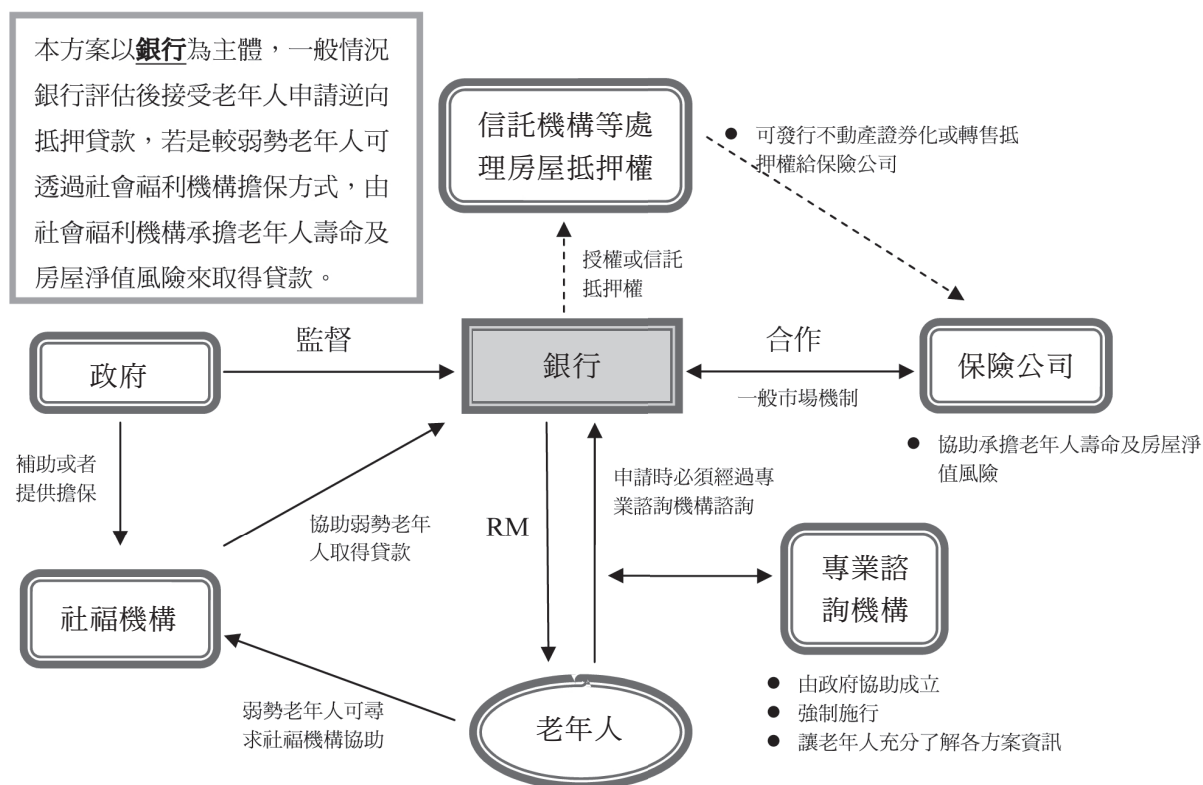
圖一 逆向抵押貸款與房屋權益關係圖(虛擬)

一般而言，逆向抵押貸款有兩種形式-定期型(term)和居住期(tenure)；在定期型逆向抵押貸款下，借方在特定的期間得到收益；而在居住期型逆向抵押貸款下，只要借方繼續居住在房子裡就能獲得收益。逆向抵押貸款的借方有留置在原房屋的權利，且只有在借方不再居住在原房屋(搬離或死亡)才需清償借款。若貸款到期時，貸款總額小於房屋賣出價格，則差額的部分將會由原屋主或原屋主設定之受益人所擁有；若貸款總額大於房屋賣出價格，借方負擔不足額部分，將由保險機制承擔。貸款的本金取決於房屋價值、房屋增值率、市場利率，借方年齡以及平均壽命，若房屋價值及房屋增值率越大，當到期時貸款總額高於房屋價值的風險越低；若市場利率越高及借方存活的時間越長，當到期時貸款總額高於房屋價值的風險越高。

從貸方的觀點來看，逆向抵押貸款是一種延期付款的貸款。貸方支付一系列的款項(或一筆總款項)給房屋持有人，預期未來某日收回償還債務。歸還借款取決於房屋的售價高於借款累計金額上，根據張金鶚(2009)其運作方式如圖二所示，持有房產的老年人向銀行借逆向抵押貸款，銀行必須承擔利率風險、壽命風險及房價認知差異風險。前兩項風險可透過與其他機構之合作而分攤，如可推出固定利率商品而降低利率風險，壽命風險則可透過一般市場機制與保險公司合作，繳交保險費用，讓保險公司承擔老年人壽命風險(弱勢老年人的壽命風險保費由政府補助)，且整合抵押權後，可授權或信託給相關機構處理、以證券化發行給投資大眾、或賣給保險公司。貸方所面臨最大的風險在於流動在外負債成長可能較資產價值來的快速，這被稱為抵押風險(collateral risk)，抵押風險一部分是藉由不同類型的逆向房貸所決定。最低抵押風險的逆向抵押貸款為支付款項在特定幾年後就會停止的定期型逆向抵押貸款，支付給房屋持有人的款項是根據先前已決定的期間及預估的貸款餘額計算之。當初貸時，貸款預定的餘額將少於100%的資產價值。只要資產在這段期間內未貶值，貸方確保資產的銷售將會提供足夠資金去償還貸款。對貸方來說，抵押風險最高的逆向抵押貸款就是居住期型逆向房貸。因為借方被保障終生的收入及房屋的居住權。在這種情況下，如果借方年齡太低，資產的增值率被高估或居住者存活率被低估，抵押風險將可能很顯著。

未來房地產增值部分將由老年人設定之受益人獲得，及透過規範，拍賣時以其子女或同居人為優先購買人。而在申請此方案前，強制老年人必須與由律師、估價師等專業人士組成的諮詢團體聯繫，免費提供老年人以房養老相關方案的基本諮詢，其餘諮詢項目則對於非弱勢老年人酌收費用(弱勢老年人的費用則由政府補助)，並協助老年人申請此方案之相關程序，

保障其權益，且有估價師協助評估房屋現值及未來值(可能尚包括保險公司介入時點的價值)以降低房價認知差異風險。另外弱勢老人可尋求社福機構協助以提供政府擔保，使其能夠順利向銀行申請此方案。政府則應監督銀行收取手續費與保費情況及在一般市場機制下合約訂定之合理性，並承擔銀行負淨值風險及補助銀行弱勢老年人壽命風險保費和社福機構，以協助其達到申請核可之門檻。房屋所有人的年齡在定期型的逆向房貸中不是一個決定性因素，房屋持有人無論年紀大小將會收到相同的收益。如果房屋持有人活得比貸款期間長，房子將會被賣出以償付債務。



圖二 逆向抵押貸款方案架構

資料來源:張金鵬(2009)。

(二)研究目的

本研究以美國已實施多年的HECM (home equity conversion mortgage program) 方案來做為台灣未來發展逆向抵押貸款之參考。且主要針對方案中的居住期型逆向房貸做探討，首先在納入台灣生命表之國人平均預期餘命概念後，根據不同借款人年齡、房價成長率及市場利率，可決定逆向房屋抵押貸款借款者一開始所能借到的一筆最大額度本金。再者試圖去建構適合台灣之保險費架構，針對不同借款者年齡，在達到全部預期索賠損失的現值(PVEC)等於全部預計抵押貸款保險費之現值(PVMIP)加上淨積存(RESV)的損益兩平情況下所得到之平衡因子(β)，並根據借款人存活率可計算出借款人可得到之每月付款額。依據前面所得資訊，進而計算固定利率與指數型兩種不同型式逆向抵押貸款之每年總貸款成本率，從借款者角度去比較在不同情況下哪一種形式之逆向抵押貸款之成本花費較小且較有利，期望能提供推行逆向抵押貸款相關之研究供政府業界做為參考。

二、文獻回顧

本研究主要根據HECM方案中之居住期型逆向房貸進行探討，在納入台灣生命表之國民平均餘命數據資料後，根據性別、年紀等不同族群以及模擬的房價與利率，以求得逆向抵押貸款之最大可能貸款成數，進而推估抵押貸款之年金水準。接著從借款者角度，比較固定利率與指數型兩種逆向抵押貸款之每年總貸款成本率，期望能找出成本較小之方案。

(一)HECM方案簡介

根據Foote (2007)，HECM為美國全國性的逆向房貸方案，提供年長者終身的居住權。如前述所提及，這種貸款被稱為居住期型逆向房貸，借方必須為年長的房屋持有人，擁有及持有房屋。貸款的利率可能為固定或浮動的，房屋持有人及貸方將可協議分享未來資產價值增值部分，借方能從下列五個付款方式中來做選擇：

1. 居住期型-只要至少有一個借款者存活且繼續居住，並以此屋做為主要住所，付給相同的月付款額。
2. 定期型-在借方所選擇的固定期間月數裡，付給相同的月付款額。
3. 信貸額度(line of credit)-根據借方的借款選擇決定分期付款及總額直到信貸額度耗盡。
4. 修正後居住期型(modified tenure)-只要借方仍然居住在房屋裡，使用合併信貸額度及月付款。
5. 修正後定期型(modified term)-在借方選擇的固定期間月數內，使用合併信貸額度及月付款。

HECM章程規定貸款額度不能超過聯邦住宅管理局(federal housing administration, FHA)在房產所在地區的貸款限制。抵押貸款必須為第一質權，本質上來說隱含任何先前的抵押貸款都必須被完全償付。在貸款之前，政府規定第三方獨立機構必須提供借方諮詢，解釋採用HECM方案對借款人之財務影響及是否有其它類似HECM可選擇的方案。為了避免年長房屋持有人置換房屋，借方能夠提前清償貸款而不用被罰款，且HECM必須給房屋持有人延期償付貸款的機會直到他們死亡，自發性的賣掉房屋或其他住房和城市發展部(housing and urban development, HUD)規定的事項發生。借方需要向聯邦住宅管理局購買保險，保險提供兩個目的(1)若最終貸款餘額超過房屋售出收益，保護貸方免於遭受損失，(2)若貸方違約，繼續提供月付款額給房屋持有人。在貸款初始，借方需要支付一筆占房屋初始價值2%的預付抵押貸款保險費，此外，借方每月另需支付占貸款餘額年利率0.5%的月付保險費。但是，借方並不直接支付保險費，而是由貸方代表借方向聯邦住宅管理局繳納款項，因此保險的成本被加入至借方的貸款餘額中。

貸方在貸款初始時能夠選擇讓渡(assignment option)或是共同保險(coinsurance option)的方案。在讓渡的方案下，住房和城市發展部將會收集全部的逆向抵押貸款保險費，及貸方在貸款餘額等同於在此地區中住房和城市發展部索賠金額的最大值時，能夠將貸款讓渡給住房和城市發展部。而在共同保險的方案下，貸方可能保留部分的逆向抵押貸款保險費及喪失將個案讓渡的權利。迄今，資料顯示全部的貸方都選擇讓渡的方案，由於此種選擇使得貸方能有效地將抵押風險轉移給住房和城市發展部。當房屋最終被賣掉，如果賣價在貸款餘額和賣價中是較低者，住房和城市發展部將會付給貸方貸款餘額和賣價之間的價差。付給貸方的索賠金額不會超過此兩項中較低者：(1)當貸款初始時，資產的評估價值，或是(2)在此地區中，住

房和城市發展部保險貸款的最大值。

(二)相關文獻回顧

Ma & Deng (2006) 研究在韓國之逆向抵押貸款，主要使用每年總貸款成本率 (TALCR) 去比較固定每月付款額及根據CPI變動之分級每月付款額，得到從借款者角度來看，根據CPI變動之分級每月付款額是較有效率的結論。並且在敏感度分析下，論述年紀較小之借款者對於不同條件房價成長率及利率下較為敏感，因此在制定保險費架構時應相對保守。

過去有許多文獻探討逆向抵押貸款中有哪些風險及研究訂價模型，例如Boehm & Ehrhardt (1994)、Chinloy & Megbolugbe (1994)、Miceli & Sirmans (1994) 及Szymanoski (1994) 均闡述借款者之壽命長度、利率、和資產價值的改變如何去影響訂價及HECM方案將資產價值視為主要不確定之因素。最新文獻為Chen et al. (2010)，以Lee-Carter model with jump effects 去配適實際生命週期表藉以描述長壽風險，再用ARMIA-GRACH process來建構房價指數。最後藉由conditional esscher transform對逆向抵押貸款做評價，並將其結果與抵押貸款保險費做比較。本文主要延伸Ma & Deng (2006) 之研究，其基本理論架構是建構在Ma & Deng (2006)這篇文章上，欲探討台灣之固定利率與指數型逆向抵押貸款對於借款者而言，何者是較有利益的。

三、研究方法

此處以逆向抵押貸款做為研究目標，並使用美國市占率最高之HECM方案做為台灣未來發展逆向抵押貸款研究之對象。本研究主要探討固定利率逆向抵押貸款與指數型逆向抵押貸款在適當的保險架構下，何者對於借款者而言總成本花費較低。在建立HECM方案的保險架構時，預測在初貸時的未來流通在外貸款餘額與房屋價值非常重要。逆向房屋抵押貸款和一般抵押貸款最大不同點在於它的流通在外貸款餘額會隨著定期付給借款者的本金預付款、應計利息、和其他貸款費用成長。因此逆向房屋抵押貸款在考慮不同風險因子下，應有相較一般抵押貸款不同的保險架構。

本研究根據HECM方案之保險架構為藍圖，針對不同借款者年齡，並依據在達到平衡狀態下之平衡因子，也就是全部預期索賠損失的現值(PVEC)等於全部預計抵押貸款保險費之現值(PVMIP)加上淨積存(RESV)的情況下決定借款人之年金水準，並進一步探討兩種不同型式逆向抵押貸款之每年總貸款成本率，比較對借款者而言，在什麼情況下哪一種形式之逆向抵押貸款之成本花費較小且較有利。

(一)逆向抵押貸款之訂價

在HECM方案中，所有的現金預付款項被本金限制因子(principal limit factor)限制住，而本金限制因子定義為最大初貸時貸款成數(LTV)，等同於限制住貸款人在初貸時所能借到的一筆最大額度本金(Szymanoski, 1994)。根據Ma & Deng (2006) 提出在納入平均餘命的觀念後，依據不同借款人年齡、房價成長率及市場利率，反向房屋抵押貸款一開始決定借出的貸款成數如下：

$$LTV = \frac{\prod_{t=1}^{T_a} (1 + g_t)}{\prod_{t=1}^{T_a} (1 + r_t)} \dots\dots\dots (1)$$

其中LTV為貸款成數， T_a 為初貸時 a 歲貸款人之平均預期餘命，而 g_t 為 t 時點之房價成長率， r_t 則為 t 時點之市場利率。

根據Szymanoski(1994)提到房價(H)服從幾何布朗運動(geometric brownian motion process)，本研究使用下面隨機過程模擬房價過程：

$$\frac{dH}{H_t} = \mu dt + \sigma_H dz \dots\dots\dots (2)$$

其中 H_t 為 t 時點之房價， μ 為房價長期水準， σ_H 則為房價之波動率。

市場利率(r_t)隨機過程使用Cox-Ingersoll-Ross(1985)模型:

$$dr = \alpha(\theta - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t} dz \dots\dots\dots (3)$$

其中 r_t 為 t 時點之利率， α 為回復平均的速度， θ 為長期平均利率水準， σ 為短期利率波動度，而 dz 為服從 $N(0,dt)$ 分配之wiener process。

浮動契約利率 c 調整我們根據下列等式：

$$c_t = \max\left[\min(r_t + m, c_{t-1} + y, c_0 + L), c_{t-1} - y, c_0 - L\right] \dots\dots\dots (4)$$

c_0 為初始契約利率， m 為契約利率溢酬， y 為每次利率調整上限為1%， L 為期間利率上限，調整期間為12個月。接著利用依據不同借款人年齡、房價成長率及市場利率所決定出來的貸款成數及房價初始值，計算初貸時所能借到的一筆最大額度本金(LSUM)如下：

$$LSUM = H_0 \cdot LTV \dots\dots\dots (5)$$

其中 H_0 為初貸時之房屋價格，LSUM為初貸時借款人所能借到的一筆最大額度本金，是根據式(1)及式(5)所求出，由於逆向抵押貸款於清償時，借款人房屋將會歸屬於銀行，因此其概念為藉由評估未來清償時房價之現值就是銀行於初貸時所能貸出之一筆最大額度本金。本研究以HECM方案為範本，HECM方案中有五種不同的付款方式可選擇，分別為居住期型、定期型、信貸額度、修正後居住期型、修正後定期型五種。此處選擇對借款者而言風險較低之居住期型來做探討，因此使用受到平衡因子調整過後之LSUM會等同於固定利率逆向抵押貸款之固定每月付款額乘上借款人存活率的現值關係式，得到固定每月付款額如下：

$$FPMT = \frac{LSUM(1 - \beta_1)}{\sum_{t=0}^{R(a)-1} \left[\frac{1}{(1+r_t)^t} \times P_a\right]} \dots\dots\dots (6)$$

其中FPMT為固定利率每月付款額， β_1 為固定利率逆向抵押貸款下之平衡因子，使全部預期索賠損失的現值(PVEC)等於全部預計抵押貸款保險費之現值(PVMIP)加上淨積存

(RESV)， $R(a)$ 為 a 歲貸款人至 100 歲時(註 2)，持續收到每月付款額之月數，而 ${}_tP_a$ 為 a 歲貸款人活到 $a+t$ 歲之機率。

另外同樣使用受到平衡因子調整過後之 $LSUM$ 會等同於指數型逆向抵押貸款之指數型每月付款額乘上借款人存活率的現值關係式，得到指數型每月付款額如下：

$$APMT = \frac{LSUM(1-\beta_2)}{\sum_{t=0}^{R(a)-1} \left[\frac{1}{(1+r_t)^t} \times {}_tP_a \right]} \dots\dots\dots (7)$$

其中 $APMT$ 為指數型每月付款額， β_2 為指數型逆向抵押貸款下之平衡因子。在 Szymanoski(1994) 文章中指出，銀行一開始承貸逆向抵押貸款，根據借款人的年齡，房屋價值及市場利率等條件可以衡量出其借款人可借的最大額度本金。然而實際上而言，銀行不會讓借款者貸到其最大額度本金。參考借款人需求後，銀行會考量在其損益平衡下其該借款人可借到多少額度本金，此額度本金的計算即由最大額度本金及 β_1 或 β_2 為平衡因子計算得之。

(二) 逆向抵押貸款保險架構

本研究依據 HECM 方案之保險架構為基礎，在此初步假設初貸時之預付成本費用為房屋初始價值之 5%，其中包含為房屋初始價值 2% 之預付保險費。也因為如此之高的初始交易成本費用，使得提前清償率能被控制住，另外假設月付抵押貸款保險費(MIP)為流通在外貸款餘額的 0.5% 年利率，接著算出全部預期索賠損失的現值(PVEC)、全部預計抵押貸款保險費之現值(PVMIP)及淨積存(RESV)，若全部預期索賠損失的現值不等於全部預計抵押貸款保險費之現值加上淨積存，則調整平衡因子使其達成一致，再來根據此損益兩平情況下，計算出兩種不同型式逆向抵押貸款之每年總貸款成本率，比較對借款者而言，在什麼情況下，哪一種形式之逆向抵押貸款之成本花費較小且較有利。

根據 Rodda et al.(2000) 指出，貸款到期且須清償機率原為 1.3 倍之死亡率，但由於逆向抵押貸款借款者都為老年人且初始交易成本費用高導致提前清償率很低，因此本研究假設貸款到期且須清償機率直接為死亡率(註 3)。全部預期索賠損失現值(PVEC)之計算方式如下：

$$PVEC = \sum_{t=1}^{R(a)} \left[\frac{EC_t \cdot {}_{t-1}P_a}{(1+r_t)^t} \right] \dots\dots\dots (8)$$

其中 $PVEC$ 為 $t = 0$ 時，全部預期索賠損失的現值， EC_t 為 t 時點之預期索賠損失為 $\max \{0, [(OLB_t - H_t) \cdot q_t]\}$ ， EC_t 公式中之 OLB_t 為 t 時點預期流通在外貸款餘額，為前一期貸款餘額乘上契約利率加上月付款額及月付抵押貸款保險費。 H_t 為 t 時點之預期房價，而 q_t 為 t 時點之貸款到期且須清償機率。

全部預計抵押貸款保險費之現值(PVMIP)之計算方式如下：

$$PVMIP = UP_0 + \sum_{t=1}^{R(a)} \left[\frac{MIP_t \cdot {}_tP_a}{(1+r_t)^t} \right] \dots\dots\dots (9)$$

其中 $PVMIP$ 為 $t = 0$ 時，全部預計抵押貸款保險費之現值， UP_0 為 $t = 0$ 時之預付保險費， MIP_t 為預計月付之抵押貸款保險費。

淨積存 (RESV) 之計算方式如下：

$$RESV = \sum_{t=1}^{R(a)} \left[\frac{TIP_t - TC_t}{(1+r_t)^t} \right] \dots\dots\dots (10)$$

其中 $PESV$ 為 $t = 0$ 時之淨積存， TIP_t 為保險費總額， TC_t 為索賠損失總額。淨積存 (RESV) 可視為貸款人將已收入保費扣除索賠損失存入銀行後，所得到的利息收入。

(三) 每年總貸款成本率之計算

加入全部逆向抵押貸款之成本費用後，可算出固定利率逆向抵押貸款每年總貸款成本率如下：

$$OLB_n^F = FPMT \sum_{t=1}^n (1 + TALCR)^t \dots\dots\dots (11)$$

其中 $TALCR$ 為每年總貸款成本率，藉由試誤法可算出 $t = 0$ 到 n 期的 $TALCR$ 。

加入全部逆向抵押貸款之成本費用後，可算出指數型逆向抵押貸款每年總貸款成本率如下：

$$OLB_n^A = APMT \sum_{t=1}^n (1 + TALCR)^t \dots\dots\dots (12)$$

同樣的，其中 $TALCR$ 為每年總貸款成本率，可藉由試誤法求出。

其經濟解讀其經濟解讀為在 $t = n$ 時的預期流通在外貸款餘額為 $t = 1 \sim n$ 每期支出貸款加總，此處有考慮時間價值，假設資金成本為 $TALCR$ 。

四、研究結果與分析

本研究根據 HECM 方案之保險架構為藍圖，針對不同借款者年齡決定借款人之年金水準，並進而探討兩種不同型式逆向抵押貸款之每年總貸款成本率，比較對借款者而言，哪一種形式之逆向抵押貸款之成本花費是較為有利的。

(一) 參數設定

如表二所示，本研究所使用模擬房價成長率之參數設定初始房價為 600 萬元，房價長期水準 $\mu = 0.02$ ，房價之波動率 $\sigma_H = 0.05$ ；模擬利率之參數設定初始利率 r_0 為 3%，回復之平均速度 $\alpha = 0.25$ ，長期平均利率水準 $\theta = 0.045$ ，短期利率波動度 $\sigma = 0.1$ ；固定契約利率 c 為 7%；另外浮動契約利率部分：初始契約利率 c_0 為 6.5%，契約利率溢酬 m 為 2.5%，每次利率調整上限 y 為 1%，期間利率上限 L 為 5%，調整期間為 12 個月 (註 4)。

表二 參數設定

房價(H)模擬參數設定	
房價起始值 H_0	\$600
μ 為房價長期水準 μ	0.03
σ_H 則為房價之波動率 σ_H	0.05
dt	0.08333
市場利率(r)模擬參數設定	
利率初始值 r_0	3.00%
回復平均的速度 α	0.25
長期平均利率水準 θ	0.045
短期利率波動度 σ	0.1
dt	0.08333
浮動契約利率(c)調整參數設定	
契約利率初始值 c_0	6.5%
契約利率溢酬 m	2.5%
每次利率調整上限 y	1%
期間利率上限 L	5%
調整期間	12個月

(二)訂價結果

此處針對不同借款者年齡及考慮平衡因子下，決定兩種形式逆向抵押貸款借款人之年金水準，也就是每月付款額。表三為假設房屋初始價值為600萬元，在固定契約利率7%之下使用蒙地卡羅方法模擬1000次之結果，可看出以台灣65歲男性借款者為例，平均預期餘命為208個月(註5)，最大可貸款成數(LTV)為0.52，而在初貸時所能借到的一筆最大額度本金(LSUM)為310萬元，平衡因子為38.7%，在固定利率逆向抵押貸款下所能得到固定每月付款額(FPMT)為一萬三千元左右。由表三可觀察在不分男女性情況下，隨著年齡增加，因為平均預期餘命縮短，使得LTV增加，進而固定每月付款額也越來越多。另外比較男女性差異，由於在90歲前女性之平均預期餘命較男性為長，故LTV相對較小，女性得到之固定每月付款額也較少，但在90歲以後，男性之平均預期餘命超越女性，因此90歲以後之男性得到固定每月付款額較女性為少。

表三 男女性不同年齡借款者之LTV、LSUM及FPMT

單位:萬元

AGE	Gender	life expectancy	LTV	LSUM	β_1	LSUM(1- β_1)	FPMT
65	male	208	0.52	310.36	38.70%	190.25	1.31
	female	242	0.46	276.76	37.09%	174.11	1.06
70	male	167	0.59	355.98	36.50%	226.05	1.83
	female	194	0.54	325.08	34.52%	212.86	1.53
75	male	132	0.67	399.61	34.45%	261.94	2.55
	female	150	0.63	375.45	32.51%	253.39	2.21
80	male	101	0.74	442.35	32.80%	297.26	3.59
	female	112	0.71	426.66	31.15%	293.75	3.23
85	male	76	0.80	479.69	30.65%	332.67	5.09
	female	81	0.79	472.19	29.42%	333.27	4.83
90	male	58	0.85	507.78	26.17%	374.90	7.44
	female	56	0.85	509.38	26.50%	374.39	7.49
95	male	42	0.89	532.26	17.73%	437.89	13.34
	female	40	0.90	537.13	18.40%	438.30	13.63

表四同樣假設房屋初始價值為600萬元，使用每一年調整一次的浮動利率且初始利率為6.5%，藉著蒙地卡羅方法模擬1000次之男女性不同年齡層借款者所能得到指數型每月付款額(APMT)結果。以台灣65歲男性之借款者為例，最大可貸款成數(LTV)為0.52，初貸時所能借到的一筆最大額度本金(LSUM)為310萬元，平衡因子為25.35%，在指數型逆向抵押貸款下能得到指數型每月付款額為一萬六千元左右。從表三也可觀察到與固定利率逆向抵押貸款相同之現象，若借款人的年齡越大，平均預期餘命縮短，指數型每月付款額也越來越多；在比較男女性差異方面，借款人年紀小於90歲時，女性之平均預期餘命較男性為長，因此同齡之女性較男性得到之指數型每月付款額為少，但若借款人年齡大於90歲以後，女性之平均預期餘命較男性為短，則同齡之女性較男性得到之指數型每月付款額為多。

再來比較表三及表四，除了95歲女性外，同性別年齡之借款人在指數型逆向抵押貸款情況下之每月付款額較固定利率逆向抵押貸款為高，源於平衡因子較小之緣故，如70歲男性借款人可得到之指數型每月付款額為兩萬一千元左右，而70歲男性借款人可得到之固定每月付款額為一萬八千元左右。

表四 男女性不同年齡借款者之LTV、LSUM及APMT

單位:萬元

AGE	Gender	life expectancy	LTV	LSUM	β_2	LSUM(1- β_2)	APMT
65	male	208	0.52	310.36	25.35%	231.69	1.59
	female	242	0.46	276.76	21.87%	216.24	1.48
70	male	167	0.59	355.98	25.80%	264.13	2.14
	female	194	0.54	325.08	22.89%	250.67	2.03
75	male	132	0.67	399.61	26.05%	295.51	2.88
	female	150	0.63	375.45	23.91%	285.68	2.78
80	male	101	0.74	442.35	26.40%	325.57	3.93
	female	112	0.71	426.66	25.13%	319.44	3.85
85	male	76	0.80	479.69	26.15%	354.25	5.42
	female	81	0.79	472.19	25.56%	351.50	5.38
90	male	58	0.85	507.78	23.40%	388.96	7.72
	female	56	0.85	509.38	23.50%	389.67	7.73
95	male	42	0.89	532.26	16.75%	443.11	13.50
	female	40	0.90	537.13	17.11%	445.23	13.56

(三)平衡因子之決定

表五為使用試誤法找出固定利率逆向抵押貸款下之平衡因子(β_1)，使得預計抵押貸款保險費之現值(PVMIP)加上淨積存(RESV)等於全部預期索賠損失現值(PVEC)，取到小數點第二位，在此情況下，得以決定出借款人之年金水準。平衡因子目的在於減少每月付款額，若平衡因子越高則借款者收到的每月付款額將會越低，隨之可使全部預期索賠損失現值下降。

如表五中65歲男性之平衡因子為38.7%，而65歲女性之平衡因子為37.09%，可看出若借款人年齡低於90歲，則同年齡男性較女性平衡因子為高，此應為同年齡男性較女性平均預期餘命短，LTV為高，使得全部預期索賠損失現值也較高之緣故；但若借款人年齡為90及95歲時，則同年齡男性較女性平均預期餘命長，因此平衡因子較低。再者，不分男女性情況下，借款人年紀越大，則收到固定利率每月付款額的期間越少，使全部預期索賠損失現值下降，導致 β_1 也逐漸下降。如65歲男性借款人之平衡因子為38.7%，95歲男性借款人之平衡因子則為17.73%。

表五 男女性不同年齡借款者在FRM下之 β_1 、PVMIP+RESV及PVEC

單位:萬元					
AGE	Gender	β_1	PVMIP+RESV	PVEC	(PVMIP+RESV)/PVEC
65	male	38.70%	142.82	142.61	1.0014
	female	37.09%	139.24	139.18	1.0005
70	male	36.50%	133.75	133.57	1.0013
	female	34.52%	129.03	128.78	1.0020
75	male	34.45%	125.15	124.84	1.0025
	female	32.51%	120.15	120.10	1.0005
80	male	32.80%	117.63	117.37	1.0022
	female	31.15%	113.40	112.94	1.0040
85	male	30.65%	108.70	108.41	1.0027
	female	29.42%	105.23	105.00	1.0022
90	male	26.17%	92.73	92.52	1.0023
	female	26.50%	93.72	93.38	1.0036
95	male	17.73%	64.41	64.14	1.0041
	female	18.40%	66.36	66.08	1.0043

表六同樣使用試誤法找出指數型逆向抵押貸款下之平衡因子(β_2)，取到小數點第二位。表六中65歲男性之平衡因子為25.35%，而65歲女性之平衡因子為21.87%，另也可觀察到如表四之現象，若借款人年齡低於90歲，則同年齡男性較女性平衡因子為高，反之，若借款人年齡為90及95歲時，則同年齡男性較女性平均預期餘命長，因此平衡因子較低。再者，不分男女性情況下，借款人年紀越大，平衡因子呈現先上升後下降狀態，此因為當借款人年紀較小時，PVMIP下降的幅度較PVEC來的快，因此平衡因子呈現上升的狀態，而後則如同表五中固定利率逆向抵押貸款下之平衡因子一樣隨著借款人年齡增加為下降之趨勢。比較表五與表六，同性別年齡借款人在指數型逆向抵押貸款情況下之PVEC均較固定利率逆向抵押貸款為小，因此平衡因子也較固定利率逆向抵押貸款為低，如65歲男性在固定利率逆向抵押貸款下之平衡因子為38.7%，而在指數型逆向抵押貸款下之平衡因子為25.35%。

表六 男女性不同年齡借款者在ARM下之 β_2 、PVMIP+RESV及PVEC

單位:萬元					
AGE	Gender	β_2	PVMIP+RESV	PVEC	(PVMIP+RESV)/PVEC
65	male	25.35%	98.46	98.37	1.0009
	female	21.87%	87.12	86.95	1.0020
70	male	25.80%	98.36	98.33	1.0003
	female	22.89%	89.03	88.85	1.0020
75	male	26.05%	97.64	97.26	1.0039
	female	23.91%	90.67	90.57	1.0011
80	male	26.40%	96.84	96.53	1.0032
	female	25.13%	92.81	92.53	1.0030
85	male	26.15%	94.12	93.89	1.0024
	female	25.56%	92.18	92.15	1.0003
90	male	23.40%	83.84	83.61	1.0028
	female	23.50%	84.06	84.01	1.0006
95	male	16.75%	61.15	61.08	1.0011
	female	17.11%	62.32	62.11	1.0033

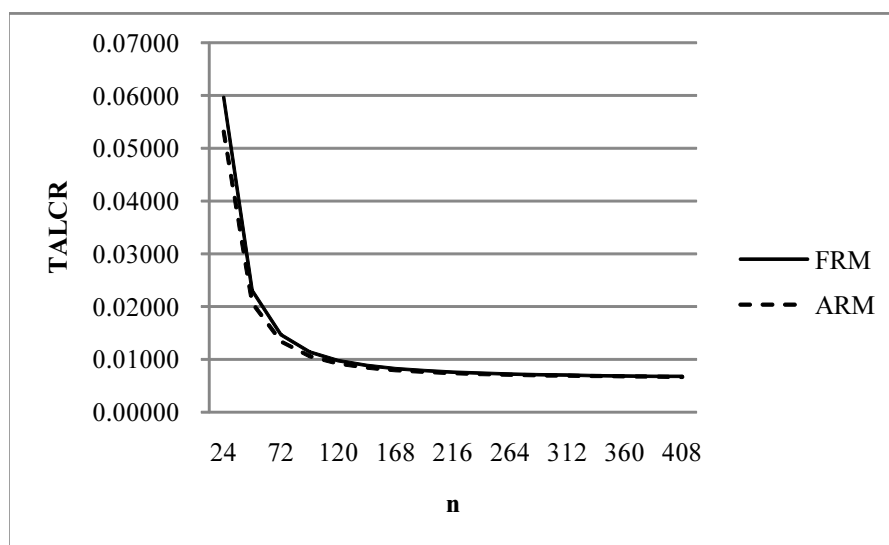
(四)每年總貸款成本率結果

為了進一步比較對借款者而言，哪一種形式之逆向抵押貸款之成本花費較低，則需要計算每年總貸款成本率。表七與表八分別為男女性在固定利率逆向抵押貸款(FRM)及指數型逆向抵押貸款(ARM)情況下每年總貸款成本率(TALCR)之結果。分別可從表七及表八觀察到無論在固定利率逆向抵押貸款或指數型逆向抵押貸款之情況下，每年總貸款成本率隨著貸款之經過月數(n)之增加而下降，此為一開始的預付成本費用被各期分攤掉之結果，如表七固定利率逆向抵押貸款下65歲之男性借款者在第24個月時的每年總貸款成本率為0.05964，在第408個月時的每年總貸款成本率則降低為0.00676。此外，如圖三及圖四所示，除了95歲女性外，不論借款人之性別、年紀與貸款之經過月數，在指數型逆向抵押貸款之情況下，每年總貸款成本率都是較固定利率逆向抵押貸款為低的。也可從表七中看出70歲之男性借款人在第360個月時固定利率逆向抵押貸款下之每年總貸款成本率為0.0067，而指數型逆向而指數型逆向抵押貸款之情況下之每年總貸款成本率則為0.0066。

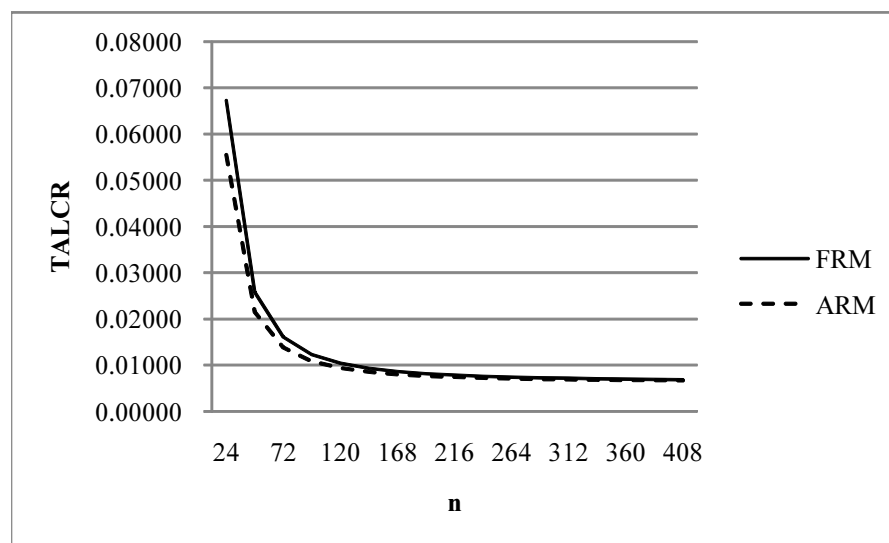
表八 女性不同年齡借款者在FRM及ARM之下TALCR比較

n	AGE65		AGE70		AGE75		AGE80	
	FRM	ARM	FRM	ARM	FRM	ARM	FRM	ARM
24	0.06725	0.05546	0.05447	0.04596	0.04365	0.03794	0.03459	0.03117
48	0.02579	0.02152	0.02117	0.01823	0.01745	0.01556	0.01448	0.01340
72	0.01614	0.01385	0.01366	0.01212	0.01172	0.01076	0.01021	0.00967
96	0.01234	0.01088	0.01076	0.00980	0.00955	0.00895	0.00862	0.00828
120	0.01044	0.00941	0.00933	0.00866	0.00849	0.00807	0.00784	0.00761
144	0.00934	0.00857	0.00851	0.00801	0.00788	0.00758	0.00741	0.00724
168	0.00865	0.00805	0.00800	0.00761	0.00751	0.00727	0.00714	0.00701
192	0.00819	0.00769	0.00765	0.00734	0.00726	0.00707	0.00696	0.00685
216	0.00785	0.00744	0.00741	0.00715	0.00708	0.00692	0.00683	0.00675
240	0.00761	0.00726	0.00723	0.00701	0.00695	0.00682	0.00674	0.00667
264	0.00742	0.00712	0.00709	0.00690	0.00685	0.00674		
288	0.00728	0.00701	0.00699	0.00682	0.00678	0.00667		
312	0.00716	0.00692	0.00690	0.00675				
336	0.00707	0.00685	0.00684	0.00670				
360	0.00699	0.00679	0.00678	0.00666				
384	0.00692	0.00674						
408	0.00687	0.00670						

n	AGE85		AGE90		AGE95	
	FRM	ARM	FRM	ARM	FRM	ARM
24	0.02726	0.02565	0.02143	0.02107	0.01621	0.01624
48	0.01219	0.01169	0.01043	0.01032	0.00890	0.00891
72	0.00907	0.00883	0.00820	0.00815		
96	0.00792	0.00777	0.00739	0.00736		
120	0.00736	0.00726	0.00701	0.00699		
144	0.00706	0.00698				
168	0.00687	0.00681				
192						
216						
240						
264						
288						
312						
336						
360						
384						
408						



圖三 65歲男性之TALCR比較



圖四 65歲女性之TALCR比較

另外一個有趣並值得討論的問題是，在CIR參數不同的設定上，其性別年紀等不同族群以及模擬房價上，對於借款只選擇固定利率逆向抵押貸款與指數型抵押貸款何者總成本花費較為便宜呢？在CIR參數變化下，我們得到的結果證明指數型不動產逆向抵押貸款對於借款者而言總成本花費較為低廉(註6)。

五、結論

本研究主要根據美國HECM方案中之居住期型逆向房貸為基礎，在納入台灣生命表之國民平均餘命數據資料後，根據性別、年紀等不同族群以及模擬的房價與利率，以求得逆向抵押貸款之最大可能貸款成數，進而推估抵押貸款之年金水準。接著探討固定利率逆向抵押貸

款與指數型逆向抵押貸款在適當的保險架構下，何者對於借款者而言總成本花費較為低廉。

首先在納入台灣生命表之國人平均預期餘命概念後，根據不同借款人年齡、房價成長率及市場利率，可決定逆向房屋抵押貸款之借款者一開始所能借到的一筆最大額度本金。再者試圖去建構適合台灣之保險費架構，針對不同借款者年齡，在達到全部預期索賠損失的現值(*PVEC*)等於全部預計抵押貸款保險費之現值(*PVMIP*)加上淨積存(*RESV*)的損益兩平情況下所得到之平衡因子(β)，並根據借款人存活率可計算出借款人可得到之每月付款額。最後則是計算固定利率與指數型兩種不同型式逆向抵押貸款之每年總貸款成本率，從借款者角度去比較在不同情況下哪一種形式之逆向抵押貸款之成本花費較小且較為有利。

研究結果顯示，在假設房屋初始價值600萬元，固定利率逆向抵押貸款之固定契約利率7%，指數型逆向抵押貸款浮動利率為每一年調整一次且初始利率為6.5%之下，都可得到若借款者年紀越長，進而每月可得到付款額也越多。另外比較男女性差異，由於在90歲前女性之平均預期餘命較男性為長，故相對較小，女性得到之每月付款額也較少，但在90歲以後，男性之平均預期餘命超越女性，因此90歲以後之男性得到每月付款額較女性為少。再者比較固定利率與指數型逆向抵押貸款方面，除了95歲女性外，同性別年齡之借款人在指數型逆向抵押貸款情況下之每月付款額均較固定利率逆向抵押貸款為高。

在固定利率逆向抵押貸款下之平衡因子方面，運用試誤法找出平衡因子能使得預計抵押貸款保險費之現值(*PVMIP*)加上淨積存(*PVEC*)等於全部預期索賠損失現值(*RESV*)。研究結果同年齡男性較女性平衡因子為高，此應為同年齡男性較女性平均預期餘命短，*LTV*為高，使得全部預期索賠損失現值也較高之緣故；但若借款人年齡為90及95歲時，則同年齡男性較女性平均預期餘命長，因此平衡因子較低。此外，借款人年紀越大，則收到固定利率每月付款額的期間越少，使全部預期索賠損失現值下降，導致平衡因子也逐漸下降。在指數型逆向抵押貸款下之平衡因子方面，借款人年紀越大，平衡因子呈現先上升後下降狀態，此因為當借款人年紀較小時，*PVMIP*下降的幅度較*PVEC*來的快，因此平衡因子呈現上升的狀態，而後則如同固定利率逆向抵押貸款下之平衡因子一樣隨著借款人年齡增加為下降之趨勢。比較固定與浮動利率方面，同性別年齡借款人在指數型逆向抵押貸款情況下之*PVEC*均較固定利率逆向抵押貸款為小，因此平衡因子也較固定利率逆向抵押貸款為低。

最後，計算固定利率逆向抵押貸款及指數型逆向抵押貸款之每年總貸款成本率(*TALCR*)結果顯示，無論在固定利率逆向抵押貸款或指數型逆向抵押貸款之情況下，每年總貸款成本率隨著貸款之經過月數(*n*)之增加而下降，此為一開始的預付成本費用被各期分攤掉之結果。此外，除了95歲女性外，不論借款人之性別、年紀與貸款之經過月數，在指數型逆向抵押貸款之情況下，每年總貸款成本率都是較固定利率逆向抵押貸款為低的，指數型逆向抵押貸款對於借款者而言總成本花費較為低廉。

由於本研究為假設市場利率3% 低利率情況下之研究結果，在高利率時代可能呈現不一樣結論，未來可再針對低利率或高利率情境下做進一步分析探討。此外Chen et al. (2010)以Lee-Carter model with jump effects 去配適實際生命週期表，再用ARMIA-GRACH process來建構房價指數。最後藉由conditional esscher transform對逆向抵押貸款做評價，並將其結果與抵押貸款保險費做比較。建議未來可參考Chen et al. (2010) 的逆向抵押貸款訂價模型做進一步分析。主要在於模型創新與模型實證兩個問題上。逆向抵押貸款主要受到3種風險影響，分別為房價風險、利率風險與長壽風險之影響。本篇文章主要是延續Ma & Deng (2006)的研究，其基本理

論架構是建構在該篇文章並無考量長壽風險，且採用蒙地卡羅模擬法而非推導公式解，由於逆向抵押貸款主要是針對老年人口設計之金融商品，忽略長壽風險可能導致年金價值計算錯誤之問題。本研究可在實證上加強其貢獻。因此，建議後續研究可加入實證並針對模型測度轉換相關問題作探討。簡言之，必須處理從真實世界機率測度轉移到風險中立測度之問題。此將導致推導過程中之理論評價依據與數值分析結果正確性之相關問題。最後，本研究在考量房價與利率間關係時，並無說明房價與利率間相關係數，若後續研究能在模型設定中相關係數，將會更準確估計不動產逆向抵押貸款之合理價格。

註 釋

- 註1：圖一為虛擬圖，並非根據實際資料繪出，在此予以說明。
- 註2：文參考美國住宅與都市發展局對於不動產逆向抵押貸款的相關研究設定，將最長壽命假設為100。
- 註3：不動產逆向抵押貸款是指需要資金的年長者將持有房屋抵押給銀行後，銀行將支付一筆金額、按月支付款項或建立隨時可動用的信用額度給借方，直到年長者死亡或遷移原房屋時，銀行借款才需被清償。不動產逆向抵押貸款所承受的最大風險就是長壽風險。對銀行而言，最擔心的就是借方(年長者)壽命太長且一直沒有搬離抵押房子，導致銀行始終拿不到借方應該償還的金額。大部分貸款終止都是發生在借方(年長者)死亡以後，搬離抵押房子，因此本篇文章假設貸款終止和人的死亡率是一樣，也就是假設Ma & Deng (2006)使用貸款的終止機率等於存活機率。
- 註4：由於台灣並沒有不動產逆向抵押貸款相關歷史資料，所以本文是參考美國住宅與都市發展局常用之契約利率水準。
- 註5：此處平均預期餘命為根據台灣2008年生命表資料顯示。
- 註6：因限於篇幅限制，我們得到的結果並未在此呈現。但讀者若有興趣，我們將很樂意提供資料。

參考文獻

中文部份：

林左裕、楊博翔

2011 〈逆向房屋抵押貸款在臺灣推行之需求分析〉《住宅學報》20(1)：109-125。

Lin, T. C. & P. H. Yang

2011 “The Analysis of Demand for the Reverse Mortgage Program in Taiwan,” *Journal of Housing Studies*. 20(1): 109-125.

張金鵬

2009 《台灣以防養老三方案模式提議》，以防養老逆向抵押貸款方案研討會。

Chang, C. O.

2009 “Three Proposal of Reverse Mortgage in Taiwan,” Reverse Mortgage Workshop.

英文部份：

Boehm, T. P. & M. C. Ehrhardt

1994 “Reverse Mortgages and Interest Rate Risk,” *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*. 22(2): 387-408.

Chen, H., S. H. Cox & S. S. Wang

2010 “Is the Home Equity Conversion Mortgage in the United States Sustainable? Evidence from Pricing Mortgage Insurance Premiums and Non-recourse Provisions Using the Conditional Esscher Transform,” *Insurance: Mathematics and Economics*. 46(2): 371-384.

Chinloy, P. & I. F. Megbolugbe

1994 “Reverse Mortgages: Contracting and Crossover Risk,” *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*. 22(2): 367-386.

Cox, J. C., J. E. Ingersoll & S. A. Ross

1985 “A Theory of the Term Structure of In-Terest Rates,” *Econometrica*. 53(2): 385-407.

Foote, B. E.

2007 “Reverse Mortgage: Background and Issues,” *CRS Report RL33843*, Congressional Research Service.

Ma, S. R. & Y. H. Deng

2006 “Insurance Premium Structure of Reverse Mortgage Loans in Korea,” *Working Paper*, Daegu University.

Miceli, T. J. & C. F. Sirmans

1994 “Reverse Mortgages and Borrower Maintenance Risk,” *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*. 22(2): 433-450.

Rodda, D. T., C. Herbert & H. K. Lam

2000 *Evaluation Report of FHA’s Home Equity Conversion Mortgage Insurance Demonstration*. Cambridge, Mass: Apt Associates Inc.

Szymanoski, E. J.

1994 “Risk and the Home Equity Conversion Mortgage,” *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*. 22(2): 347-366.