

學術論著

## 距離衰落函數之理論與實証分析

### The Theoretical and Empirical Analysis of Distance Decay Function

陳心蘋\*

Hsin-Ping Chen

#### 摘 要

區位接近度的概念是區位選擇的重要指標，而距離衰落函數則是構成區位接近度的主要元素。相關文獻曾以密度函數方式對不同的區位接近度衡量式做實証比較，然缺乏對距離衰落函數來源分析、經濟意義的討論與估計式的研究。本文首先介紹該函數的理論來源與推導過程，包括重力定理與熱力學的最適問題；進而討論該函數的估計方法，包括密度函數方式與重力定理模型方式；最後以台北基隆大都會區交通區的資料分別應用兩種方式估計比較之。估計結果顯示密度函數估計方式會低估距離衰落函數中的摩擦係數；重力定理模型方式的估計結果說明台北基隆大都會區中交通區間的距離每增加一公里，區間的旅次流量會減少百分之二十八。

關鍵字：距離衰落函數 密度函數 重力定理

#### ABSTRACT

Location accessibility is the major consideration in location choice, and the distance decay function is a crucial factor in measuring location accessibility. Some empirical studies have compared different forms of location accessibility using density function approach. However, there is lack of both theoretical and empirical investigation of this distance decay function. The purpose of this paper is to fulfill this part. This work first theoretically analyzes distance decay function through gravity and entropy optimization method; secondly, it empirically estimates the proposed distance decay function based on both density function approach and gravity model approach. The estimated result shows that the density function approach underestimates the friction parameter in the distance decay function.

**Key words:** location accessibility, distance decay function, engropy

(本文於1999年9月14日收稿，1999年12月26日審查通過)

\* 國立政治大學經濟系副教授。

## 一、前言

都市經濟學與一般經濟學最大的不同點是，以經濟理論為基礎的決策過程中，都市經濟學比一般經濟學多考慮了一個決策因子：區位(location)。以最適問題為例，我們熟悉的家計單位效用極大化問題中，最簡化的情況是家計單位在預算限制下，選擇消費組合使得效用最大；若以都市區域經濟的觀點來討論，家計單位除了消費財組合的決定外，仍需考慮區位的選擇(即決定居住地點)，使效用最大。廠商利潤最大的問題也是如此，需多考慮廠商的區位選擇(廠房地點)。一般經濟學不考慮地點的選擇，是假設所有的地點都同質，沒有所謂的地區性利益。而都市經濟學放寬區位同質的假設，關心區位不同所造成的差異與影響。因此，區位的選擇是都市區域經濟學中重要的研究課題。在區位選擇的決策行為中，地區的區位利益(location advantage)是主要的決策指標之一；而最普遍衡量區位利益的方式即所謂的區位接近度(accessibility)，或稱之為可及性。

區位接近度的概念在解釋都市結構與模型上是非常重要性的。在地區選擇、土地使用計劃與區域流量預測的研究領域中，區位接近度也被廣泛的應用。區位接近度泛指某特定地區與區域內其他地區相關活動連繫的容易程度；它是一種一般概念，沒有限定特定的活動內容，可以是人口、工作機會或地區本身。區位接近度的一般是以各地區的相關活動的加權總合衡量之，主要包含兩個部份：一是「活動」，二是距離對活動間「連繫」的影響(通常是負向影響)。其中第二部份衡量距離對活動間「連繫」的負向影響程度或摩擦程度被稱之為距離衰落函數(distance decay function)。

距離衰落函數有多種不同的衡量方式，其中是常被應用的是負指數的距離衰落函數(negative exponential distance decay function)。由於區位接近度中的「活動內容」與距離衰落函數皆是可變動的，因此區位接近度尚未有固定的定義與衡量式，它比較接近於概念的階段。曾有許多研究以分析與圖示的方式討論不同接近度的衡量方式或相互比較。[Stegman (1969), Fujita & Ogawa (1982), Ihlanfeldt & Raper (1990), Heikkila & Peiser (1992), Linneker & Spence (1992), Ihlanfeldt (1993) 和 Allan *et al* (1993)]。Song (1995)以估計密度函數方法比較不同接近度衡量式的解釋能力，結果顯示負指數函數型態的距離衰落函數所組成的區位接近度比其它型式的接近度有更好的解釋力。過去的研究對重力模型與熱力模型在空間交互行為分析上，以及其統計方法上皆有所討論，但在經濟意義上的解釋卻幾近缺乏。相關文獻也欠缺對此最常被應用的負指數距離衰落函數做有系統的理論來源、估計方式與隱含的經濟概念之分析研究。

本研究的目的是系統性的探討區位接近度中最常被應用的負指數距離衰落函數之理論來源、經濟含意與衡量式之估計，希望藉此文章能對負指數距離衰落函數的由來與摩擦係數的經濟含意有完整的認識。本文第二節討論距離衰落函數之理論來源與型式；第三節實証分析此函數的衡量與估計方式，並以台北大都會區交通區旅次流量資料透過密度函數方式與重力定理方式估計距離衰落函數；第四節為結論。

## 二、區位接近度與距離衰落函數

### (一) 區位接近度(Location Accessibility)

區位接近度是代表一個地區的相對區位利益(relative location advantage)，是以該地區接近

區域內其他地區相關活動的難易程度衡量之。以市場導向廠商(market oriented firms)為例，區位接近度可代表該廠商在某一特定區位對所有潛在的市場需求的接近程度；若是要素導向廠商(resource oriented firms)，則區位接近度則可衡量該廠商所在區位對其資源來源地的接近程度。概念上，這個接近度應是該廠商對各資源產地的要素需求量的加權總和。Stegman (1969)和Ihlanfeldt (1993)曾以平均交通距離或平均交通時間來衡量接近度；Fujita & Ogawa (1982)和Heikkila & Peiser (1992)曾定義區域的接近度為「地區性潛力」(locational potential)，以周圍地區的累積機會(cumulative opportunities)衡量之；Ihlanfeldt & Raper (1990)和Linneker & Spence (1992)以重力定理型式接近度指標之指數距離衰落函數(exponent distance decay function)來衡量。這些文獻僅止於對不同衡量式做分析性與圖示的討論。Dalvi & Martin (1976), Williams & Senior (1978)和Song (1994)曾定義某目的地的區位接近度為該區所在區域內所有機會(或活動)的加權總和，其中權數為距離的負指數函數。表一列出文獻曾探討的不同接近度衡式，以就業量為接近度衡量的「活動」。

表一 接近度衡量式一覽表

	接近度衡量式	衡量式型式名稱
1	$A_i = \frac{\sum_{j \neq i} E_j d_{ij}^{-1}}{E}$	重力定理型式接近度指標 (Gravity-type accessibility indices)
2	$A_i = \frac{\sum_{j \neq i} E_j d_{ij}^{-2}}{E}$	重力定理型式接近度指標 (Gravity-type accessibility indices)
3	$A_i = \frac{\sum_{j \neq i} E_j d_{ij}^{-\lambda}}{E}$	重力定理型式接近度指標 (Gravity-type accessibility indices) 指數距離衰落函數 (Exponent distance-decay function)
4	$A_i = \frac{\sum_{j \neq i} E_j e_{ij}^{-\lambda d_{ij}}}{E}$	負指數距離衰落函數 (Negative Exponential distance-decay function)
5	$A_i = \frac{\sum_{j \neq i} E_j e_{ij}^{-\lambda d_{ij}^2}}{E}$	Gaussian function
6	$A_i = \frac{\sum_{r_{ij} \leq r} E_j}{E}$	累積就業接近度指標 (Cumulative-employment accessibility indices)
7	$A_i = \frac{\sum_{j \neq i} d_{ij}}{n-1}$	平均交通距離 (Average distance)

表一中 $A_i$ 代表地區 $i$ 的區位接近度， $E_j$ 代表地區 $j$ 的就業量， $d_{ij}$ 代表地區 $i$ 與地區 $j$ 之距離， $\lambda$ 為參數。由表一中所列的接近度衡量式可看出，每一式基本上是就業量與距離函數的乘積加總。就業量即前述接近度概念裏所謂的「活動內容」或「機會」；而距離函數部份則代表該地區與周圍其它地區的「活動內容」或「機會」接近的程度。由於距離越遠越會減弱地區間「活動」的流通程度，因此距離函數通常是距離的遞減函數，稱之為距離衰落函數。

接近度衡量式中的「活動內容」與距離衰落函數的函數型態是可變動的。「活動內容」會依研究中所討論的內容或變數而改變，如廠商區位對勞動市場的接近性可以人口數為活動內容；家戶住宅區位對工作市場的接近度則可以工作數為活動內容；另外廠商在聚集經濟上的接近度，可以同類或不同產業的產出為活動內容。距離衰落函數也尚未有一致的型態。Song (1995)曾以表一所列的不同接近度衡量式代入密度函數估計，做統計上的測試檢定。其檢定的標準是依一般迴歸分析的「解釋力」(explanatory power)與預測總人口的正確度為依據。Song的研究發現負指數的距離衰落函數(exponential distance decay function)， $e^{-\lambda d_{ij}}$ ，有最大的解釋力；而在預測總人口的正確度上，則指數距離衰落函數， $d_{ij}^{-\lambda}$ ，的表現最好。接近度衡量式的差異主要在於距離衰落函數的不同，由此可知距離衰落函數相當於區位接近度衡量式的心臟；而區位接近度則是區位選擇問題的核心；區位選擇問題是區域經濟研究的重點之一。

## (二) 距離衰落函數(Distance Decay Function)

區域科學研究中應用重力定理解釋空間中流量的關係，以及距離對流量的影響。本節擬以重力定理討論空間交互行為(spatial interaction behavior)分析中衡量距離對活動流通減弱程度的距離衰落函數；並以熱力定理推導重力定理型式的空間交互行為的過程，討論常被應用於接近度的負指數距離衰落函數的特性。

### 1. 重力定理(Gravity Theory)

物理學中由牛頓法則(Newton's law)所推衍的重力定理，主要解釋空間中兩個或兩個以上的實體相互吸引或交流的程度。這是最早被應用來解釋空間系統裏交流現象的空間交互模型(spatial interaction model)，例如人口的遷徙與資訊的傳達等。古典的重力定理模型如下：

$$a_{ij} = Gm_i m_j d_{ij}^{-2} \dots\dots\dots (1)$$

式 $a_{ij}$ 中代表實體 $i$ 與 $j$ 之相互吸引力； $m_i$ 與 $m_j$ 分別為實體 $i$ 與 $j$ 的質量；而 $d_{ij}$ 是實體 $i$ 與 $j$ 之間的距離；參數 $G$ 為重力常數。這個簡單的模型傳達出兩實體間的吸引力與兩實體本身的存量有正向相關，而與兩實體間的距離有負向的關係。式(1)中的 $d_{ij}^{-2}$ 代表距離對兩實體間吸引力的摩擦作用(friction effect)，因此此函數( $d_{ij}^{-2}$ )即稱之為距離摩擦函數(distance friction function)或距離衰落函數(distance decay function)，這是最早出現的距離衰落函數，或稱之為重力定理型態的距離衰落函數。應用此型態的距離衰落函數之接近度則稱之為重力定理型態的接近度。由物理學的重力定理所發展出的一般空間交互模型如下：

$$T_{ij} = A f_i(O_i) f_j(D_j) F_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

其中 $T_{ij}$ 是地區 $i$ 到地區 $j$ 的空間交流程度；參數 $A$ 為調整項； $O_i$ 為起源地 $i$ 的存量變數； $D_j$ 為目的地 $j$ 的存量變數； $F_{ij}$ 是地區 $i$ 到 $j$ 的距離函數，是 $i$ 到 $j$ 距離( $d_{ij}$ )的遞減函數。

Carey (1858)首先將重力定理應用於社會科學中解釋人口的遷徙；Stewart (1941)和Zipf (1949)首先應用完整的定理型式於研究中。重力定理成爲空間交互分析的研究基礎，然定理中的距離衰落函數型式在衡量人類行爲的流量時，或可有不同於原古典重力定理中的型式。如何選擇一個合適的型式成爲討論的課題(Openshaw, 1977)。Song (1995)以實証結果顯示最傳統被應用的負指數函數型態相較於其他型態確有較好的解釋力，而此傳統的負指數函數型態的距離衰落函數可由熱力定理推導而來。

## 2. 熱力定理(Entropy Theory)

熵的概念主要起源於熱力動態學(thermos-dynamics)的研究，解釋一個封閉的物理系統中，粒子間可能的流量組態。不確定系統中的任一組流量組態會對應多種的粒子分佈，因此封閉系統下的粒子流量組態(事件)具有對應的機率分配。熵本身即代表不確定性，是熱力學中的函數型態。熱力學的最適問題是在一些前題條件下求取物理系統裏機率最大的流量組態，以此概念應用到區域科學裏的空間交互行爲中。一個封閉空間中的流量組合(人口遷徙、交通流量或電話)在一些限制條件下會對應許多不同的活動分佈組合；應用極大熵的概念可找到最有可能發生的空間流量組合。熵在空間交互分析中的應用即是以機率的分配解釋隨機空間流量分佈過程的結果。以下例解釋之。

假設一個封閉的研究區域內包含許多小地區， $T_{ij}$ 代表區域內由地區*i*到地區*j*的流量，則 $\sum_j T_{ij}$ 代表由起源地*i*外流到其它所有地區的流量總合，以 $O_i$ 表示； $\sum_i T_{ij}$ 代表由所有其它地區流向目的地*j*的流量總合，以 $D_j$ 表示； $\sum_i \sum_j T_{ij}$ 爲區域內所有流量的總合，以 $T$ 表示。假設由地區*i*的所有流出量 $O_i$ ，流向地區*j*的所有流入量 $D_j$ 與區域內的所有流量 $T$ 皆固定(爲外生變數)，則限制式如下：

$$\sum_j T_{ij} = O_i \dots\dots\dots (3)$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j \dots\dots\dots (4)$$

$$\sum_i \sum_j T_{ij} = T \dots\dots\dots (5)$$

另外假設單位距離交通成本全區一致，不受地點不同所影響；且此區域內交流的總交通距離成本爲固定的 $C$ ，則

$$\sum_i \sum_j d_{ij} T_{ij} = C \dots\dots\dots (6)$$

其中 $d_{ij}$ 代表地區*i*到*j*單位流量的距離交通成本，主要指兩地區間的距離。應用極大熵的概念找機率最大的組態；即在式(3)到式(6)的限制下，找一組最適流量 $T_{ij}^*$ 使得流量組合數 $[W(T_{ij})]$ 最大：

$$W(T_{ij}) = \frac{T!}{\prod_i \prod_j T_{ij}!} \dots\dots\dots (7)$$

本式代表在固定總流量( $T$ )與一組個別流量( $T_{ij}$ )下，空間中人口或就業分佈(粒子)的可能組合

數。為估計方便，對式(7)取對數後求極大值。在區域內總流量數、每地區的總流出與總流入量和交流交通成本固定下，選擇一組流量距陣( $T_{ij}$ )使得粒子的分佈組合可能最大化。解出的最適的流量組合式如下：

$$T_{ij}^* = A_i B_j O_i D_j \exp(-\beta d_{ij}) \dots \dots \dots (8)$$

其中 $A_i$ 與 $B_j$ 為平衡要素，參數 $\beta$ 為距離交通成本限制式(式(6))的拉氏乘數(Lagrange multiplier)。此最適流量式屬於標準的重力定理型式，它包含起源地 $i$ 與目的地 $j$ 的存量變數，以及形容距離對流量負向影響的距離衰落函數 $[\exp(-\beta d_{ij})]$ 。由此熱力定理理解出的距離衰落函數正是空間交互行為分析中最普遍被應用的負指數距離衰落函數。

應用熵定理為解釋機制，在封閉的空間系統朝空間均衡的方向分佈假設下，最可能產生的系統狀態(流量組態)即極大熵方式下所得到的結果：重力定理型式的流量式。因此極大熵模型可應用於解釋在某些既定條件下，區域中各區域間最可能發生的空間人口、資訊或是貨物的流量組合。更可在已知的參數值下引申預測區域內流量組合，或分析區域內規劃政策對流量組合的影響。Wilson (1970)曾對重力模型與熵定理之間的理論加以討論，並提出完整的統計基礎。Hansen (1972)與Beckmann (1974)更進一步分析熵定理在社會物理學與經濟效用理論分析間的關係。Sen and Smith (1995)則完整的討論重力模型在空間交互行為分析上實証的數理統計基礎。雖Nijkamp (1975)曾提出熵定理的方法可被解釋為交流行為的一般成本函數，然文獻中對於重力模型和熵概念與經濟學之相關性，或是其隱含經濟意義的討論仍然非常缺乏。本文擬以經濟理論為基礎，討論極大熵所推導的最適流量組態式。

式(8)中的參數 $\beta$ 為最適問題中交通成本限制式所對應的拉氏乘數，以包絡定理(envelope theory)解釋之，參數 $\beta$ 為單位交通距離成本預算( $C$ )對最大流量組合數對數 $[\ln W(T_{ij})]$ 的影響，可稱之為單位交通距離成本的邊際流量組合數，或可視為單位交通距離對區域流通活動的影子價格。該參數代表區域內每增加一單位交通距離預算，最大流量組合數增加的百分比。由於 $d_{ij}$ 為地區 $i$ 到 $j$ 的交通成本，以距離表示，所以 $-\beta d_{ij}$ 代表 $d_{ij}$ 的距離(交通成本)所減弱的流量組合數的對數。距離衰落函數 $\exp(-\beta d_{ij})$ 則代表由距離成本增加( $d_{ij}$ )所減少的最適流量組合數。由此可知， $\beta$ 值是區域內地區間的距離每增加一單位時，流量的最適組態數減少的比例； $\beta$ 值越大，距離對區域流量組合數的影響越大。 $\beta$ 值隱含的是距離對區域內活動交流的摩擦程度，可稱之為摩擦係數(friction coefficient)。為便於不同地區的比較，該摩擦係數可經由乘上區域內的總交流距離成本調整為成本彈性。代表交通距離成本對區域內流量流通的制約程度。由另一個角度看 $\beta$ ，若對式(8)取對數，則參數 $\beta$ 則是距離( $d_{ij}$ )變動對地區 $i$ 到 $j$ 流量百分比的影響。舉例來說，若 $\beta$ 為0.2，則代表地區 $i$ 與地區 $j$ 之間的距離每增加一單位時，由地區 $i$ 到地區 $j$ 的流量會減少百分之二十。 $\beta$ 值越大表示距離對流量的摩擦力越大。

依照極大熵概念下所解出的最可能發生的流量式(式(8))可推導出地區 $i$ 到地區 $j$ 流量發生的機率( $P_{ij}$ )：

$$P_{ij} = \frac{T_{ij}}{\sum_j T_{ij}} = \frac{\beta_j D_j \exp(-\beta d_{ij})}{\sum_j \beta_j D_j \exp(-\beta d_{ij})} \dots \dots \dots (9)$$

此機率模型恰與多選擇項的不連續選擇模型(discrete choice model)有同樣的模式。以不連續選擇模型的角度分析此式，式(9)可轉換為以下形式：

$$\frac{\beta_j D_j \exp(-\beta d_{ij})}{\sum_j \beta_j D_j \exp(-\beta d_{ij})} = \frac{\exp(Z_j) \exp(-\beta d_{ij})}{\sum_j \exp(Z_j) \exp(-\beta d_{ij})} = \frac{\exp(Z_j - \beta d_{ij})}{\sum_j \exp(Z_j - \beta d_{ij})} \dots\dots\dots (10)$$

分子部份的 $(Z_j - \beta d_{ij})$ 代表流動個體選擇由地區*i*到地區*j*的利益；若流動個體為家戶，則 $(Z_j - \beta d_{ij})$ 代表家戶由地區*i*到地區*j*遷徙或通勤的效用程度。 $Z_j$ 與地區*j*的個體總數成正比，而 $-\beta d_{ij}$ 則代表地區間距離對地區間流動效益的負向影響。式(10)雖由總體的流量關係取得，但可引申於解釋個別決策者(流動個體)的行為選擇，其行為選擇是以選擇結果的效益為根據，對家戶單位來說，遷徙的選擇則決定於遷徙所對應的效用，並根據遷徙到其它地區的效用推導出相對吸引力(式(10))，即為決策者做某一特定選擇的機率。

以傳統的土地使用理論為基礎，簡單的模型僅假設區位間的差別是產生於交通成本，所有地區與決策者均假設為同質。因此在這個理論架構下，式(10)中代表流量效益的式子 $(Z_j - \beta d_{ij})$ ，交通距離是影響流量方向選擇的重要因素。顯示極大熵所解釋的流量一般式與傳統簡單的都市經濟理論相容合。

在極大熵的問題中，解釋空間流量組合數的目標函數可視為廠商的產出，而交通成本限制式則可視為廠商的要素資源限制。最適問題中成本限制的拉氏乘數即可視為交通距離對空間流量產出的影子價格。為便於不同區域間的比較，此影子價格可換算為單位成本的產出彈性，在空間分析中，即為單位距離對空間流量的成本彈性，可視為衡量區域內距離對流量組合的摩擦程度。

### 三、實証分析

#### (一) 距離衰落函數的估計方式

距離衰落函數型態的比較，在實証上Song (1996)以密度函數的估計方式對不同常用的函數型態做實証上的比較，結果指出負指數型數的函數解釋力最大。在理論基礎上，負指數型態的距離衰落函數可由熱力學中極大熵方式推導而來；其它的函數型態則缺理論的來源。本文在實証分析上只針對俱有理論實証支持的負指數型式距離衰落函數做分析，以其它實証文獻沒有做過的重力模型估計方式估計，並與傳統的密度函數估計方法相比較。不僅可將估計結果與Song (1996)的結果相比較，同時可以探討兩種不同估計方法的差異。

負指數距離衰落函數中的距離項為外生變數，參數 $\beta$ 依前所述代表距離對地區的流量組合數或流量變動率的影響。簡言之， $\beta$ 是距離對區域內流量的摩擦力，會因地區的交通便利程度或其它因素之差異而不同。 $\beta$ 值的估計不僅可衡量該區的距離對流量的摩擦力，同時可應用於接近度模型計算不同活動的可及性。距離衰落函數的估計包括兩部份：衡量式的選擇與參數的估計。衡量式的選擇依Song (1995)檢定結果指出負指數函數有最大的解釋能力。而參數的估計方面主要有兩種方式，一是將含有距離衰落函數的區位接近度代入密度函數中，以估計密度函數來估

計參數 $\beta$ ；另一種方式是直接估計含有負指數距離衰落函數的重力模型。Song (1995)以第一種方式估計，首先對密度函數取對數，再以一般最小平方方法(OLS)估計之。這裏所引用的密度函數是單一中心模型密度函數，因此估計的結果會受單一中心模型假設的合適程度所影響：若單一中心假設太不符合實際的都市結構，估計結果會有較大的偏誤。第二種直接估計重力定理模型的方法雖不受密度函數模型假設的限制，但資料取得卻較困難。這種方式需要區域內各地區間流量的資料，一般比每地區的人口或就業密度取得困難。

重力定理模型的估計最簡單的方式也是先取對數再以一般最小平方方法估計之。然而由於地區間的流量資料有許多是零或非常小的數，使得取對數的動作非常不適宜(Flowerdew and Aitken, 1982)。除此之外，取對數後最小平方方法常會低估了大的流量與總流量。為解決此問題，Flowerdew and Aitken (1982)，Guy (1987)和Yun & Sen (1994)假設被解釋變數(流量)為不連續的隨機分配，如Poisson過程，則*i*到*j*的流量分配模式為：

$$Prob(T_{ij} = t_{ij} | l_{ij}) = \frac{\exp(-l_{ij}) l_{ij}^{t_{ij}}}{t_{ij}!} \dots\dots\dots (11)$$

$$\text{其中 } E(T_{ij}) = V(T_{ij}) = \lambda_{ij} = Af(O_i) f(D_j) \exp(-\beta d_{ij}) \dots\dots\dots (12)$$

式(12)是Poisson分配的期望值：為*i*到*j*流量的期望值。依重力定理假設其流量期望值為負指數距離衰落函數。根據以上的模型，以最大概似估計法估計之。

## (二) 資料與估計結果

### 1. 密度函數的估計方式(Density Function Approach)

如前節所述，本方式是對含有負指數距離衰落函數的單一中心密度函數(monocentric density function)取對數，再以最小平方方法估計之。單一中心的密度函數如下：

$$D_i = D_0 e^{-\beta d_{i0}} e^{u_i} \dots\dots\dots (13)$$

其中 $D_i$ 為地區*i*的人口密度(或就業密度)； $D_0$ 與 $\beta$ 為估計參數； $d_{i0}$ 為地區*i*到市中心的距離； $u_i$ 為誤差項。本研究以行政院主計處民國八十年出版的「統計地區標準分類」中，民國七十九年的戶口及住宅普查結果的台北基隆大都會區村里別人口數、就業數與面積資料，與台大地理系地理資訊中心計算的該都會區村里別的距離資料來估計密度函數(式(13))。資料總共有1,421個觀察值，並以大安中心為單一中心模型之唯一中心(註1)，估計結果列於表二。

### 2. 重力定理模型的估計方式(Gravity Model Approach)

這部份的估計所引用的資料來源與前部份一樣，唯流量來源是從交通部運輸研究所民國八十一年出版的「台北都會區住戶交通旅次調查」的民國七十九年調查的交通區旅次資料，將前部份村里別的人口和距離資料均轉換為以交通區為單位的資料。資料共有148個交通區(註2)。

根據前節所述的估計方式，受流量資料多數為零所限，因此假設流量為不連續的Poisson分配；因為實際流量資料顯示流量的變異數明顯大於其期望值，所以Poisson分配中期望值與變異數相等的限制並不適宜，為解決此問題，原來模型需要再做轉換。我們假設式(11)中Poisson分配



的期望值 $\lambda_{ij}$ 不是常數，而是隨機變數，其機率密度函數為Gamma分配，包含參數 $\theta_{ij}$ 和 $\delta$ 。假設 $\theta_{ij}$ 為 $Af(O_i)f(D_j) \exp(-\beta d_{ij})$ ，而 $\delta$ 為常數。將Gamma分配的 $\lambda_{ij}$ 代入式(11)，再以最大概似估計法估計參數A,  $\beta$ 和 $\delta$ ，估計式與估計結果均列於表二。

以密度函數方法估計的摩擦係數(friction coefficient)  $\beta$ 是0.1601，達到百分之五的顯著水準。以密度函數角度可解讀此估計值代表台北基隆大都會區由大安中心每往外一單位距離(一公里)，人口密度會減少百分之十六。Song (1996)以1990的Reno-Sparks都會區資料應用密度函數的方式估計的摩擦係數 $\beta$ 為0.10。然文章中所用的距離單位為哩，若轉換成以公里為單位，則其調整後的摩擦係數為0.063，比本文依同樣密度函數方式所估計的結果(0.16)小很多。雖然較小的摩擦係數代表該區俱有較便捷的交通運輸系統，然兩區域的面積差異也應考慮。本文所用的台北基隆都會區面積約872平方哩，而Song文所用的Reno-Sparks都會區面積僅94平方哩，約僅台北都會區面積的十分之一。較小面積的區域，距離對區域內流量的摩擦力較小，交通的便捷容易達成。以同樣的角度解讀重力定理模型的估計結果：每由大安中心往外一公里，人口密度會減少百分之二十八。直接估計重力定理模型所得到的摩擦係數( $\beta$ ) 0.281，明顯大於密度函數方法的估計結果。若以摩擦係數本身的特質來解釋估計結果，則0.281的 $\beta$ 值表示台北基隆大都會區中，區位間的距離若增加相當於一公里的交通成本，則都會區內交通區間的旅次組態會減少百分之二十八，同時交通區間的旅次會減少百分之二十八。

表二 負指數距離衰落函數之估計

估計方式	單一中心密度函數方式	重力定理模型方式
衡量式	$D_i = D_0 e^{-\beta d_{ij}} e^{u_i}$	$T_{ij} = A(O_i D_j)^k e^{-\beta d_{ij}}$
估計式	$\ln D_i = \ln D_0 - \beta d_{ij}$	$\text{Pr.}(T_{ij} = t_{ij}) = \frac{\Gamma(\theta_{ij} + t_{ij})}{\Gamma(\theta_{ij})\Gamma(t_{ij} + 1)} \frac{\sigma^{\theta_{ij}}}{(1 + \delta)^{\theta_{ij} + t_{ij}}}$
估計方法	最小平方法(OLS)	最大概似法(MLE)
估計結果	$\hat{\ln} D_i = 6.82^*$ $\hat{\beta} = 0.1601^*$	$\hat{A} = 0.07$ $\hat{K} = 0.001$ $\hat{\beta} = 0.281$ $\hat{\sigma} = 0.02$ $\hat{\beta}^* C = 6,378,700^{**}$
成本彈性		
$\bar{R}^2$	0.424	
Log of Likelihood		-107

\* 在0.05水準下顯著。

\*\* 其中  $C = \sum_i \sum_j d_{ij} T_{ij}$

本文比較密度函數與重力定理兩模型之 $\beta$ 值，主要是因為這兩個模型有相關性，理論上可互相推導且都包含同一要素式“距離衰落函數”。詳細關係請參考陳心蘋(1997)。 $\beta$ 值在距離衰落函數中代表距離對活動的摩擦程度，由於傳統的密度函數模型與常用在空間分析上的重力定理模型應用相同的負指數函數衡量距離的摩擦力，故比較兩模型的估計摩擦係數 $\beta$ 。關於密度與旅次組態的單位差異問題，可依兩模型參數轉換式調整之。

摩擦係數值可代表一區域內地區間流量對距離的敏感度，區域內交通設施或相關通訊設施越進步，區域內交通流量對距離的敏感度會越小，摩擦係數值則會越小。若討論的流量是資訊的交流，則不僅交通設施會影響區域摩擦係數，資訊傳輸電腦設備的進步亦會降低區域的資訊摩擦係數。本研究估計的是旅次的摩擦係數。成本彈性指的是距離成本彈性，是熱力定理模型中流量組合數對交通距離的反應彈性，即流量組合數變動比率與交通距離變動比率的商。由於本文中實證結果估計的成本彈性值無其他的彈性值可比較，故無明顯的應用性。然此成本彈性可應用於比較不同活動單位的距離摩擦程度。

由於密度函數的估計方式是建立在單一中心模型的基礎上，而台北基隆大都會區在民國七十九年的人口與就業分佈屬多中心型態(陳心蘋, 1996)，因此估計結果對全部都會區資料的解釋力應不及重力定理模型的估計結果解釋力佳。重力定理模型方式以最大概似法對非線性的目標函數求最大化。估計方式是反復代入調整的參數以求目標函數之最大，運算上較費時。密度函數與重力定理模型雖為兩個性質不同的模型，但這兩個模型理論上相關連，且可由重力定理模型推導密度函數模型。兩模型都包含空間分析的同要素“距離衰落函數”，此函數衡量空間距離對空間活動聯繫的負向影響。此負向影響的單位會因研究主題變數的不同而不同；然其負向相互消滅的比例關係依所假設的距離衰落函數之函數式而定。由於 $\beta$ 值是區域內地區間的距離每增加一單位時，流量的最適組態數減少的比例，是距離( $d_{ij}$ )變動對地區到流量百分比的影響。當問題本身活動單位不同時，只要衡量距離的單位一樣，估計的摩擦係數應可相互比較之。模型中的其他參數值會因問題本身活動單位的不同而不同。

以單一中心密度函數估計偏向多核心的台基都會區(不對稱的雙核心都會區)，在理論上，即可預測到主要中心的密度傾斜度會因其它相對小的次中心存在之影響而被低估。由於重力定理模型是最直接估計距離衰落函數的方式，故比較估計結果，推論以單一中心模型估計非單一中心地區時的 $\beta$ 值可能被低估。

#### 四、結論

區位的選擇問題是都市與區域經濟學研究中的重要課題，而主要衡量區位相對利益的區位接近度則是區位選擇時的主要指標；因此區位接近度的概念在區域經濟學中區位選擇的研究上以及空間交互行為的分析中都被廣泛的應用。由於其概念應用的普遍，因此衡量接近度便成為實証分析上重要的課題。區位接近度衡量式中的主要元素為代表距離對流量負向影響的距離衰落函數，本文主要理論與實証分析負指數型式的距離衰落函數。

接近度與距離衰落函數的概念與衡量式主要起源於物理學的重力定理；而普遍被應用且解釋力最強的負指數距離衰落函數可由熱力學中極大熵概念推導而來。距離衰落函數的估計方式主要有兩種：密度函數方式與重力定理模型方式。兩種方式的估計結果顯示由於模型假設的限制，密度函數方式略低估了摩擦係數 $\beta$ 。重力定理模型的估計結果隱含民國七十九年台北基隆大

都會區交通區間若增加相當一公里距離的交通成本，都會區內交通區區間的旅次會減少百分之二十八，即交通距離對區域內活動流通的影子價格為0.28。成本彈性為6,378,700，為交通距離對都會區內旅次組態數的影響。摩擦係數的估計值在對同一地區不同時點，或同一時點不同地區的摩擦，或其成本彈性做比較會比單獨計算某一時點某一地區的係數值更俱實用上的意義。本文的重點在理論上的探討與兩種不同估計法的比較，後續研究可應用本文探討的成本彈性指數，實証衡量不同時點或不同地區的距離對區域流量的摩擦程度。區域摩擦係數的估計結果有助於正確衡量該區域的距離衰落函數與區位接近度，並比較不同地區的交通便利性和距離對區域活動的摩擦力，進而可應用到許多相關研究，例如交通需求的預測，區位的選擇，土地使用計劃與政策的規劃。不同主題的摩擦係數(交通摩擦係數、資訊流通摩擦係數等)可隱含該地區各主題的相關設施內容及主題本身的特性，更可應用為觀察該區域特性的指標。依此指標隨時間的變化，或同一時間不同地區指標值的比較可分析該區特性的變化或區域間的差異。

1974, "Entropy, Gravity and Utility in Transportation Modelling", *Information, Inference and Decision*, in G. Menges, ed., Riedel, Dordrecht, 153-163.

Carey, H.C.,

1888, *Principles of Social Science*, J.B. Lippincott, Philadelphia, PA.

Dalvi M.Q., and K. M. Martin,

1976, "The Measurement of Accessibility: Some Preliminary Results" *Transportation* 1, 17-42.

Flowerdew, R., and M. Ankin,

1982, "A Method of Fitting the Gravity Model Based on the Poisson Distribution", *Journal of Regional Science* 22, 191-202.

Fujita, M., and Ogawa, H. Ogawa,

1982, "Multiple Equilibria and Structural Transition of Non-monocentric Urban Configurations," *Regional Science and Urban Economics* 12, 151-196.

Guy, C. M.,

1987, "Recent Advances in Spatial Interaction Modelling: an Application to the Forecasting of Shopping Travel," *Environment and Planning A* 19, 173-186.

Halkiata, E. J., and R. B. Peiser,

1992, "Urban Sprawl, Density, and Accessibility," *Papers in Regional Science* 71, 137-138.

Hansen, S.,

1972, "Utility, Accessibility and Entropy in spatial Modelling," *Swedish Journal of Economics* 74, 35-44.

Infanfanti, K.R.,

1991, "Intra-urban Job Accessibility and Hispanic Youth Employment Rates," *Journal of Urban Economics* 31, 259-271.

Infanfanti, K.R., and M. Raper,

1990, "The Intra-metropolitan Location of New Firms," *Land Economics* 66, 192-198.

## 註 釋

- 註 1：以「相對於周圍地區就業密度較高的相鄰地區之組合」為界定方向，以75%與95%就業密度橫斷面圖找出群聚，再在兩個群聚中，相對於周圍地區有較高就業密度的相鄰地區組合為聚集界定中心。請參見陳心蘋(1996)。
- 註 2：原交通部運輸研究所之「台北都會區住戶交通旅次調查」有177個交通區，但其所界定的台北都會區與我們所依據的行政院主計處民國八十年出版的「統計地區標準分類」所界定的台北基隆大都會區不一，經過篩選，僅餘下148個交通區區。  
交通旅次資料是收集包括小客車、計程車、大小貨車、各種特種車、機車與腳踏車的地區間交通流量。

於本文中會討論到重力模型與重力模型之估計結果，但並未討論到重力模型之估計結果與重力模型之估計結果之比較，因此本文中之估計結果與重力模型之估計結果之比較，僅供參考。

由於密度函數的估計方式是建立在單一中心模型的基礎上，而台北基隆大都會區在民國七十九年的人口與就業分布屬多中心型態(陳心蘋, 1996)，因此估計結果對全部都會區資料的解釋力恐不及重力定理模型的估計結果解釋力佳。重力定理模型方式以最大似似法對非線性的目標函數求最大值，估計方式是反覆代入調整的參數以求目標函數之最大，通常比較費時。密度函數與重力定理模型雖為兩個性質不同的模型，但這兩個模型理論上相關連，且可由重力定理模型推導出密度函數模型。兩個模型都包含空間分析的一要素「距離衰減函數」，此函數對空間距離對空間活動變數的負向影響，此負向影響的單位會因研究主題變數的不同而不同，然其負向相互消滅的比例關係仍所假設的距離衰減函數之函數式而定。由於距離是區域內地區間的距離每增加一單位時，假定的距離變數減少之比例，是距離 $d$ 變動對地區到流量百分比的影響。若問題本身活動單位不同時，只要測量距離的單位一樣，估計的摩擦係數應可相互比較之。模型中的其他參數值會因而隨本身活動單位的不同而不同。

以單一中心密度函數估計會向多核心的台基都會區(不對稱的雙核心都會區)處理時，則可能測到主要中心的密度相對度會因其它相對小的次中心存在之影響而被低估。由於重力定理模型是最高估計密度函數的方式，故比較估計結果，推論以單一中心模型估計單一中心地區時的比例可能較低估。

## 四、結論

區位的選擇問題是都市與區域經濟學研究中的重要課題，而主要衡量區位相對利益的區位接近度則是區位選擇時的主要指標，因此區位接近度的概念在區域經濟學中區位選擇的研究上以及空間交互關係的分析皆被廣泛的應用。由於其概念應用的普遍，因此衡量接近度便成為實證分析上重要的變數。區位接近度衡量式中的主要元素為代表距離對流量負向影響的距離衰減函數，本文主要應論實證分析負函數形式的距離衰減函數。

接近度與距離衰減函數的概念與重力模型之主要起源是物理學的重力定理，而普遍被應用且解釋力較強的負向衰減函數則係重力模型中之最大似似法之推導而來。距離衰減函數的估計方式主要分兩種：密度函數方式與重力定理模型方式。兩種方式的估計結果顯示出於模型假設的限制，密度函數方式估計出了距離係數 $d$ ，重力定理模型的估計結果則呈現民國七十九年台北基隆大

## 參考文獻

陳心蘋

1996, <就業中心與密度函數之實証分析>, 中國經濟學會1996年會論文。

陳心蘋

1997, "Gravity Theory in Spatial Interaction Behavior," working paper, presented at the 75th Annual Conference of the Western Economics Association International.

Allen, W.B., Liu, D., Singer, S.,

1993, "Accessibility measures of U.S. metropolitan areas," Transportation Research B:27, 439-449.

Beckmann, M.J.,

1974, "Entropy, Gravity and Utility in Transportation Modelling", Information, Inference and Decision, in G. Menges, ed., Riedel, Dordrecht, 155-163.

Carey, H.C.,

1858, Principles of Social Science, J.B. Lippincott, Philadelphia, PA.

Dalvi M.Q., and K. M. Martin,

1976, "The Measurement of Accessibility: Some Preliminary Results" Transportation 5, 17-42.

Flowerdew, R., and M. Aitkin,

1982, "A Method of Fitting the Gravity Model Based on the Poisson Distribution," Journal of Regional Science 22, 191-202.

Fujita, M., and Ogawa, H. Ogawa,

1982, "Multiple Equilibria and Structural Transition of Non-monocentric Urban Configurations," Regional Science and Urban Economics 12, 161-196.

Guy, C. M.,

1987, "Recent Advances in Spatial Interaction Modelling: an Application to the Forecasting of Shopping Travel," Environment and Planning A 19, 173-186.

Heikkila, E. J., and R. B. Peiser,

1992, "Urban Sprawl, Density, and Accessibility," Papers in Regional Science 71, 127-138.

Hensen, S.,

1972, "Utility, Accessibility and Entropy in spatial Modelling," Swedish Journal of Economics 74, 35-44.

Ihlanfeldt, K.R.,

1993, "Intra-urban Job Accessibility and Hispanic Youth Employment Rates," Journal of Urban Economics 33, 254-271.

Ihlanfeldt, K.R., and M. Raper,

1990, "The Intrametropolitan Location of New Firms," Land Economics 66, 182-198.

Ihlanfeldt, K.R., and D.L. Sjoquist,

1990, "Job Accessibility and Racial Differences in Youth Employment Rates," American Economic Review 80, 267-276.

Linneker B. J., and N.A. Spence,

1992, "Accessibility Measures Compared in an Analysis of the Impact of the M25 London Orbital Motorway on Gritain," Environment and Planning A:24, 1137-1154.

Openshaw, S.,

1977, "Optimal Zoning Systems for Spatial Interaction Models," Environment and Planning A:9, 169-184.

Sen, A., and T.E. Smith,

1995, Gravity Models of Spatial Interaction Behavior, Heidelberg and New York: Springer.

Song, S.,

1994, "Modelling Worker Residence Distribution in the Los Angeles region," Urban Studies 31, 1533-1433.

Song, S.,

1995, "Some Test of Alternative Accessibility Measures: A Population Density Approach," Presented at the Annual Conference of the Western Social Science Association, Oakland, CA.

Stegman, M. A.,

1969, "Accessibility Models and Residential Location," Journal of American Institute of Planners 35, 22-29.

Stewart, I.,

1941, "An Inverse Distance Variation for Certain Social Influences," Science 93, 89-90

Williams, H. C., and M. Senior,

1978, "Accessibility, Spatial Interaction and the Spatial Benefit Analysis of Land Use - Transportation Plans," in Spatial Interaction Theory and Planning Models, Eds. A.Karqist, L. Lundqvist, F. Snickars, J.W. Weibull (North-Holland, New York).

Wilson, A. G.,

1970, Entropy in Urban and Regional Modelling, Pion, London.

Yun, S., and A., Sen,

1994, "Computation of Maximum Likelihood Estimates of Gravity Model Parameters," Journal of Regional Science, 34:2, 199-216.

Zipf, G.K.,

1949, Human Behavior and the Principle of Least Effort, Addison-Wesley Press, Cambridge.